のpoleつまりretarded Green's functionのpoleの式となる。Retarded Green's functionのpoleがspectrumを決めるということはよく知られた事実で，このことと一致する。

φとしてbilocal fieldをとれば有限温度のB-S方程式が得られる。このときは4-体Green's functionの拡張されたretarded combinationのpoleということになる。

以上くわしくは

Stability Conditions of the Quantum System — A General Formalism — by R. Fukuda, Prog. Theor. Phys. **78** No. 6 to appear

をごらん下さい。

QCDにおける非摂動効果の計算法

慶応大・理工　福　田　礼次郎

くりこんだ結合定数gの展開の形で，摂動では零となってしまう量φ ——非摂動的な量—— を求める方法を提案する。その展開式はφをnaiveな質量次元がδの量とし，その異常次元γ，β-関数の展開を

$$\gamma(g) = \gamma_1 g^2 + \gamma_2 g^4 + \cdots$$

$$\beta(g) = b_0 g^3 + b_1 g^5 + \cdots$$

とすると，

$$\varphi^{1/\delta} = \mu \exp\left(\frac{1}{2 b_0 g^2} - \frac{1}{2 b_0}\left(\frac{\gamma_1}{b_0} + \frac{b_1}{b_0}\right) g^2 \ln g^{-2} + d_0 + d_1 g^2 + \cdots\right) \tag{1}$$

のようになっているはずである。(求まるものとすれば。)

さて摂動ですべてのorderで零となる量を計算する最もふつうの方法は，外場Jを入れて，その存在のもとでは摂動で零でないφの値が求まるようにする。そして後で外場を零としたとき，$\varphi = 0$以外の解があるかどうかをみるというものであろう。今本来のラグランジアンを$\mathscr{L}$，外場によって変化したfictitiousなラグランジアンを$\mathscr{L}_J$とする。もちろん$\mathscr{L}_{J=0} = \mathscr{L}$である。$\varphi$に対応するoperator $\hat{\varphi}$の期待値を$\mathscr{L}_J$のもとで摂動で計算し，

$$\langle\hat{\varphi}\rangle_J \equiv \varphi = \sum_{n=0}^{\infty} g^n h_n(J) \tag{2}$$

とおく。実際は有限のorderで切った(2)を採用しJ = 0とおいて$\varphi \neq 0$の解があるかどうかを見る。ところが(2)をそのままn = n_0で切って用いると$\varphi = 0$しか存在しない(これは明らか)。そこで次のようなことを行う。

(2) をJについて解いて $J=J(\varphi)$ とする。このとき φ をgについて order 1の量とみなす。 (I)

こうしてできたものを

$$J=\sum_{n=0}^{\infty} g^n k_n(\varphi) \tag{3}$$

とする。この (3) で $n=n_0$ までで切って $J=0$ の解をさがす。こうすると $\varphi\neq 0$ 解は(存在するものなら)見つかる。$k_n(\varphi)$ の $n\leq n_0$ なる項は $h_n(J)$ の $n\leq n_0$ をみたす項から計算できるので，これは摂動のグラフ計算で求まる。φ をorder 1の量とみなすというのは非摂動解をさがすとき，Effective potentialの議論から重要な概念であることは理解できる。さて次に求まった非摂動解が，次々に高次の補正を (3) 式に従って考慮していったときに意味をもつかという問題を考える。ここで話をQCDに限れば φ は (1) 式の形をもつので，変数を (g, φ) から $(g^2, t\equiv g^2 \ln \varphi^{1/\delta}/\mu)$ へ変換する。そうすると解は $t=O(1)$ となって見やすくなる。よって

(3) を (g^2, t) でrearrangeせよ (II)

ということになる。そのseriesを，Jのmass dimensionを1として

$$J=\varphi^{1/\delta} f(t, g)=\varphi^{1/\delta}\sum_{n=0}^{\infty}(g^2)^n f_n(t) \tag{4}$$

と書く。(I)と(II)が我々のstrategyである。$J=0$ の解を最低次

$$f_0(t)=0 \tag{5}$$

で求め，その解を $t=t_0$ とする。そして

$$f_0(t)+g^2 f_1(t)=0 \tag{6}$$

の解を $t=t_0+\Delta t$ の形で求める。このようにすれば次々に高次の補正を求めることができ，そのseriesが (1) のようになっているかどうかをcheckすることができる。具体的な計算をする前に，くりこみ群が，$f_n(t)$ の形をかなりfixしてしまうのでそれを見ることにする。

簡単のため $\mu dJ/d\mu=0$ となるようにJをえらんだとする。この式から (4) より $f_n(t)$ に対する常微分方程式の列が得られる。$f'\equiv df/dt$ とおくと

$$(2b_0 t-1)f_0'+(\gamma_1/\delta)f_0=0. \tag{7}$$

よって

$$f_0=C(1-2b_0 t)^{\eta}, \quad \eta=-\gamma_1/2\delta b_0. \tag{8}$$

このことから $\gamma_1>0$ なら最低次の $J=0$ の解 $t=t_0=1/2b_0$ が求まることになる。(8) でCの値はグラフ計算にたよることになる。ここで φ としてquark場の局所的な双2次形式を考えると γ_1 はone-gluon

交換による2つのquark間の引力ー斥力を決める因子A[1]と関係していることに注意する。ただしγ_1にはquark self-energyの部分からの寄与も含まれている。ゲージ不変性からこれは必然である。$A=\sum_a \lambda^{a(1)}\lambda^{a(2)}$とおくと

$$\gamma_1 = -(3/8\pi^2)A \tag{9}$$

であり$A<0$が引力$A>0$が斥力であるから$\gamma_1>0$が引力，$\gamma_1<0$が斥力である。つまり(8)より

引力ならそのchannelにcondenseする

という物理的にもっともな描像を得る。高次の項を議論するため$\gamma_1>0$として

$$\bar{f}(t,g) \equiv K(g)\, f(t,g)^{1/\eta}$$

$$K(g) \equiv \lim_{g_0\to 0} g_0^2 \exp\int_{g_0}^{g} dx\, \gamma(x)/\eta\delta\beta(x)$$

$$= g^2\left\{1+\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1}-\frac{b_1}{b_0}\right)g^2+\cdots\cdots\right\} \tag{10}$$

を考える。$\bar{f}$は

$$\left(\mu\frac{\partial}{\partial\mu}+\hat{\beta}(g)\frac{\partial}{\partial g}\right)\bar{f}=0$$

$$\hat{\beta}(g)=\frac{\beta}{1-\gamma/\delta}\equiv b_0 g^3+\hat{b}_1 g^5+\ \cdots\cdots$$

をみたし

$$\bar{f}(t,g)=\frac{1}{g^2}W_{-1}(t)+W_0(t)+g^2W_1(t)+\cdots\cdots$$

という展開を持つ。W_{-1}, W_0 は

$$(1-2b_0t)W'_{-1}+2b_0W_{-1}=0,$$

$$(1-2b_0t)W'_{-1}+\frac{2\hat{b}_1}{1-2b_0t}W_{-1}=0$$

を満たすのでこのorderまででは

$$\bar{f}(t,g)=\frac{C_{-1}}{g^2}(1-2b_0t)+\frac{C_{-1}\hat{b}_1}{b_0}\ln(1-2b_0t)+C_0 \tag{11}$$

と求まる。ここでC_{-1}，C_0は積分定数で，値はグラフ計算でのみ求まる。(11)より$\bar{f}=0$の解を求めそれをt_0とすると，t_0は小さいgで

$$t=\frac{1}{2b_0}-\frac{\hat{b}_1}{2b_0^2}g^2\ln g^{-2}+O(g^2\ln\ln g^{-2})$$

のように振舞い(1)の右辺第2項まで正しく再現している。さらに高次においてはref. 2)を見ていただきたい。

$\hat{\varphi} = \overline{\psi}(x)\psi(x)$ にとってQCDのchiral symmetry breakingを(11)式=0の解を数値的に求めてみた。そのとき(10)より γ_2 が必要となるのでそれを別に求めた。その結果はゲージ群をSU(N)，N_f をflavorの数として

$$\gamma_2 = \frac{\alpha_s^2}{16\pi^2}\left(51\,C_2(N)^2 + \frac{25}{3}C_2(N)\,C_2(G) - \frac{20}{3}C_2(N)\,N_f T(R)\right)$$

である。ここで $\alpha_s = g^2/4\pi$，$C_2(N) = (N^2-1)/2N$，$C_2(G) = N$，そして $T(R) = 1/2$（quarkは基本表現）である。グラフ計算より

$$\frac{C_0}{C_{-1}} = \frac{1}{6}(c + 2\ln a) + \frac{1}{2b_0}\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1} - \frac{b_1}{b_0}\right)$$

$$a = \frac{4N}{16\pi^2}(1-\ln 2)$$

$$ac = \frac{6N}{16\pi^2}\{2(1-\ln 2)(\gamma - \ln 4\pi) + 6(\ln 2)^2 + 7\ln 2 - 9\}, \tag{12}$$

ただし $\gamma = 0.57712\cdots$ はオイラー定数である。(12)の結果は次のようなsource Jの入れ方をしたときのものである。いま $\mathscr{L}_J = \mathscr{L}_{QCD} + \Delta\mathscr{L}_J$ とおき，ユークリッドmetricでqをquark fieldとして

$$\int d^4x\,\Delta\mathscr{L}_J = \sum_l \int d^4p\,m(p^2)\,\overline{q}_l(p)\,q_l(-p) \tag{13}$$

のようにとる。ここで l はflavor indexである。$m(p^2)$ として

$$m(p^2) = -J\,\theta(J^2 - p^2) \times Z_2(\varepsilon, g_u^2 J^{-\varepsilon})$$

にとった。ただしdimensional requralization（$\varepsilon = 4 - d$）でquarkの Z_2 factorを計算に，subtraction schemeとしてはminimal subtractionを採用した。θ はstep functionで，q_u はbare coupling constantである。(13)はゲージ不変性を破るが $J=0$ ではゲージ不変であり我々は $J=0$ の結果のみ用いるので問題はないだろう。(13)はsoftなoperatorなので何かと都合がよい。数値を出すには，perturbative QCDと同様なprocedureでよくて，

$$\mu = 30\,\mathrm{GeV}\text{ で }(\alpha_s)_{\overline{MS}} = 0.19$$

を用いると(11)の零点から

$$\varphi^{1/\delta} = 302\,\mathrm{MeV}$$

$(\varphi^{1/\delta})\exp = 250\,\mathrm{MeV}$[3)]

が得られる。ただしperturbative QCDと同じレベルのambiguityがあり，higher orderを

入れると大きくずれるかもしれない。今後の問題として（たくさん残っているものの一つであるが）残っている。くわしくはpreprint[2]をご覧頂きたい。

references

1) S. Raby, S. Dimopoulos and L. Susskind, Nucl. Phys. **B169**, 373 (1980)
2) R. Fukuda; "A methed of calculating non-perturbative effects in quantum chromodynamics" preprint (Keio Univ. 1987)
3) M. Gell-Mann, R. Oakes and B. Renner, Phys. Rev. **175**, 2195 (1968); H. Leutwyler, Phys. Lett. **48B**, 45 (1974)

量子力学の確率解釈と観測理論*)

基研　牧　　二郎

§1　取り上げる問題

量子力学の確率解釈，すなわち$|\psi|^2$＝確率というBorn Ansatzは量子力学の結果を実験事実と対応させる上で不可欠であり，その正しさも経験的に十分確かめられていることは周知であるが，これを量子力学の論理体系の出発点をなす“公理”のように扱うことが果して妥当であるか否かを検討するのがこの報告の目的である。

ψが1つの粒子のSchrödinger関数$\psi(x)$であれば，$|\psi|^2dx$とは，“測定によってその粒子の位置がxと$x+dx$との間に見出される確率である”というのがBorn Ansatzの正確な意味であって，それは“位置の測定をしてもしなくても粒子がそこに存在する確率”を意味するものではない。（両者を混同してはならないことは，朝永「量子力学 II」の中で特に入念に説明されている。）

したがってこの（正確な）意味でのBorn Ansatzが量子力学の理論構成の出発点に置かれて，しかも明確な意味内容を持つためには，このAnsatz中にある「観測」ないし「測定」という言葉が内容的に明瞭に定義されていなければならないであろう。伝統的なCopenhagen解釈では，von Neumannの定式化に代表されるように，[1] いわゆる“状態の非因果的な収縮”（Process I）が測定によって伴われると宣言され，それがBorn Ansatzの“測定”なる言葉に内容をあたえている。Born Ansatzの代りにオブザーバブル(A)の期待値に関するAnsatz：$\langle A\rangle_{EV}=\langle\psi|A|\psi\rangle$を用いても事情は同一で，期待値にはやはり（多数回の）測定という概念がつきまとう。[2]

この論理構成の一つの長所は，“測定”の内容が状態収縮と関連して一気に公理的に与えられ，測定（あ

---

*) 詳細はPreprint RIFP726, Nov. 1987 (Prog. Theor. Phys. **79** (1987) No. 2 in press)を参照下さい。同論文はDESY preprint 87-100, Aug. 1987の改訂版です。